

## Circuitos RC e RL com Corrente Alternada

### Parte A: Circuitos RC com corrente alternada

#### 6.1 Material

- osciloscópio;
- multímetro digital;
- gerador de sinais;
- resistor de  $10 \Omega$ ;
- capacitor de  $2,2 \mu\text{F}$ .

#### 6.2 Introdução

Como vimos na aula sobre capacitores, a equação característica do capacitor ideal é dada por

$$i(t) = C \frac{d}{dt} V_C(t). \quad (6.1)$$

Se aplicarmos uma voltagem alternada  $V_G = V_0 \text{sen}(\omega t)$  a este capacitor, ele se carregará com uma corrente  $i(t)$  dada por

$$i(t) = C \frac{d}{dt} [V_0 \text{sen}(\omega t)] = \omega C V_0 \cos(\omega t) = \omega C V_0 \text{sen} \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right). \quad (6.2)$$

A corrente então pode ser escrita como

$$i(t) = \omega C V_0 \operatorname{sen} \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right) = i_0 \operatorname{sen} \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right), \quad (6.3)$$

onde definimos a amplitude de corrente  $i_0$  como

$$i_0 \equiv \omega C V_0. \quad (6.4)$$

Dessa forma, a relação entre as amplitudes de tensão e corrente pode ser escrita como

$$V_0 = \frac{1}{\omega C} i_0 = X_C i_0. \quad (6.5)$$

A equação 6.5 é o equivalente da Lei de Ohm para capacitores com correntes alternadas. A grandeza definida por

$$X_C \equiv \frac{1}{\omega C} \quad (6.6)$$

tem dimensão de resistência e é chamada de **reatância capacitiva**; ela desempenha um papel semelhante à resistência na Lei de Ohm, com a importante diferença de ser inversamente proporcional à frequência. Para frequências muito altas o capacitor se comporta como um curto-circuito (resistência nula), o que significa que sinais de alta frequência passam pelo capacitor sem serem atenuados. Já para frequências muito baixas o valor da reatância aumenta e sinais de baixa frequência serão fortemente atenuados. Esta propriedade dos capacitores é utilizada para a construção de filtros de frequência.

A equação 6.3 mostra que em um capacitor ideal, a corrente e a voltagem estão defasadas de  $\pi/2$  radianos: para uma tensão do gerador dada por

$$V_G = V_0 \operatorname{sen}(\omega t), \quad (6.7)$$

temos a corrente dada pela expressão

$$i(t) = i_0 \operatorname{sen} \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right), \quad (6.8)$$

mostrando que a corrente está **adiantada** de  $\pi/2$  radianos em relação à voltagem da fonte.

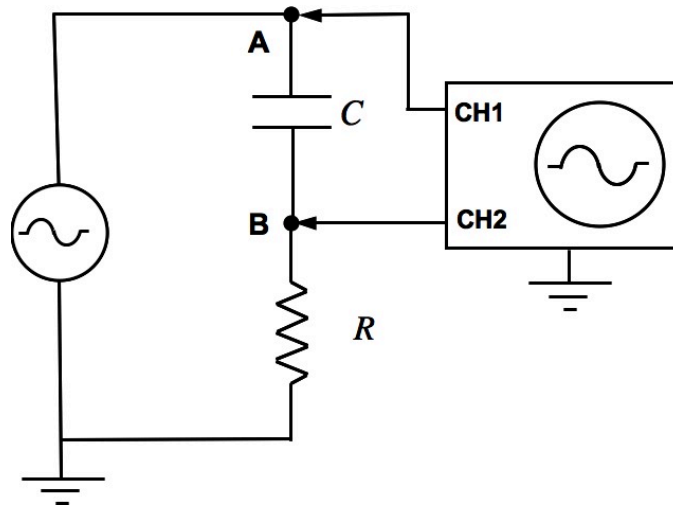


Figura 6.1: Circuito RC alimentado por uma fonte de tensão senoidal.

## 6.3 Circuitos RC

Para circuitos RC como o mostrado na figura 6.1, a aplicação da lei das malhas leva a

$$V_G(t) = V_C(t) + V_R(t) \quad (6.9)$$

$$V_0 \text{sen}(\omega t) = \frac{q(t)}{C} + Ri(t), \quad (6.10)$$

sendo  $V_G(t)$  a tensão produzida pelo gerador.

Como este circuito é composto apenas de componentes lineares, espera-se que a corrente também varie senoidalmente com o tempo e com a mesma frequência de  $V_G(t)$ , tendo como forma geral

$$i(t) = i_0 \text{sen}(\omega t + \varphi), \quad (6.11)$$

onde  $\varphi$  representa a diferença de fase entre a voltagem do gerador e a corrente no circuito. Derivando a equação 6.10 em relação ao tempo e fazendo uso da equação 6.11, encontramos que

$$\omega V_0 \cos(\omega t) = \frac{i_0}{C} \text{sen}(\omega t + \varphi) + \omega R i_0 \cos(\omega t + \varphi). \quad (6.12)$$

A equação 6.12 pode ser reescrita expandindo-se as funções  $\text{sen}(\omega t + \varphi)$  e  $\cos(\omega t + \varphi)$  e em seguida reagrupando os termos que envolvem  $\cos(\omega t)$  e  $\text{sen}(\omega t)$ . Após algumas

manipulações algébricas obtemos

$$\cos(\omega t) \left[ \omega V_0 - (\omega R i_0) \cos \varphi - \frac{i_0}{C} \sin \varphi \right] + \sin(\omega t) \left[ (\omega R i_0) \sin \varphi - \frac{i_0}{C} \cos \varphi \right] = 0. \quad (6.13)$$

Como a equação 6.13 deve valer para qualquer instante de tempo, os coeficientes dos termos  $\cos(\omega t)$  e  $\sin(\omega t)$  devem ser individualmente nulos, o que significa que duas equações devem ser satisfeitas simultaneamente:

$$(R i_0) \cos \varphi + \left( \frac{i_0}{\omega C} \right) \sin \varphi = V_0, \quad (6.14)$$

e

$$(R i_0) \sin \varphi - \left( \frac{i_0}{\omega C} \right) \cos \varphi = 0. \quad (6.15)$$

Da equação 6.15 obtemos diretamente a expressão para o ângulo de fase  $\varphi$ :

$$\tan \varphi = \frac{1}{\omega C R} = \frac{X_C}{R}. \quad (6.16)$$

A Figura 6.2 mostra o comportamento da diferença de fase  $\varphi$  (em radianos) em função da frequência angular (em rad/s), para um circuito RC com  $R = 10 \Omega$  e  $C = 2,2 \mu\text{F}$ . O gráfico possui escala semi-logarítmica para permitir uma melhor visualização da dependência de  $\varphi$ . Para valores de  $\omega$  tendendo a zero, a diferença de fase tende a  $\pi/2$  radianos; já para valores de  $\omega$  tendendo a infinito, a diferença de fase tende a zero (corrente e tensão em fase).

Já a equação 6.14 pode ser resolvida utilizando-se as seguintes relações trigonométricas:

$$\sin \varphi = \frac{\tan \varphi}{\sqrt{1 + \tan^2 \varphi}}, \quad (6.17)$$

e

$$\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \varphi}}. \quad (6.18)$$

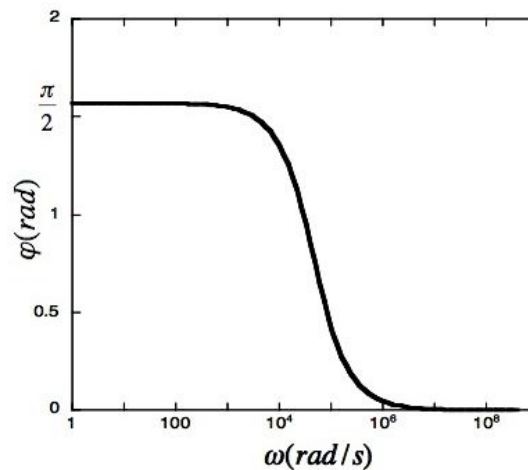


Figura 6.2: Variação da diferença de fase entre corrente e tensão em função da frequência angular em um circuito RC.

Após utilizarmos as equações 6.17 e 6.18 na equação 6.14 e utilizarmos a equação 6.15, obtemos a relação entre as amplitudes de corrente e de tensão do gerador:

$$\frac{V_0}{i_0} = \sqrt{R^2 + X_C^2}. \quad (6.19)$$

Definimos então uma grandeza chamada impedância do circuito RC ( $Z$ ) como sendo esta razão entre amplitudes:

$$Z \equiv \frac{V_0}{i_0} = \sqrt{R^2 + X_C^2}. \quad (6.20)$$

Note que  $Z$  tem dimensão de resistência e, como  $V_0 = Zi_0$ , num circuito com corrente alternada a impedância desempenha um papel análogo ao da resistência em circuitos com corrente contínua. Observe também que a impedância do circuito não é simplesmente a soma de  $R$  e  $X_C$ , mas sim a raiz quadrada da soma dos quadrados de  $R$  e  $X_C$ .

As equações 6.16 e 6.20 nos permitem imaginar uma representação gráfica na qual a impedância do circuito RC é representada por dois eixos ortogonais no plano: o eixo horizontal representa o valor de  $R$  enquanto o eixo vertical representa o valor de  $X_C$ , como se fossem as duas componentes de um vetor ou as partes real e imaginária de um número complexo (veja figura 6.3). Nesse caso a impedância  $Z$  definida na equação 6.20 representa o **módulo** da impedância **complexa**  $\tilde{Z} \equiv R - jX_C$ . Note que se tivéssemos definido  $\tilde{Z}$  como  $R + jX_C$  a analogia permaneceria válida, mas a razão para termos escolhido o sinal negativo para a parte complexa ficará clara abaixo.

Note que utilizamos a letra  $j$  para representar o valor  $\sqrt{-1}$ ; isso é feito para que não

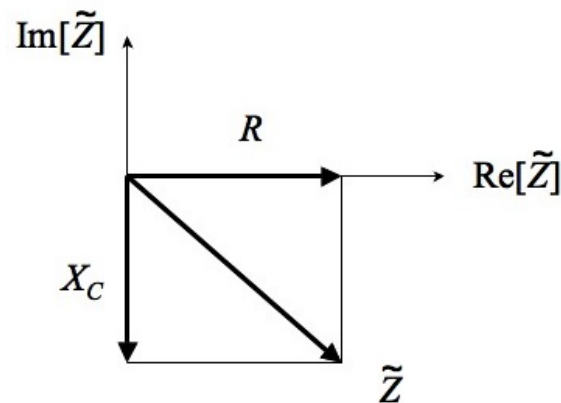


Figura 6.3: Representação da impedância  $Z$  de um circuito RC como o módulo de um número complexo  $\tilde{Z} = R - jX_C$ .

haja confusão com a corrente no circuito, representada pela letra  $i$ .

Essa analogia com grandezas complexas tem uma boa razão para ser feita, pois circuitos com correntes alternadas podem ser tratados utilizando o formalismo de números complexos. Considere um circuito composto apenas por um gerador e um capacitor; a tensão do gerador é dada por

$$V_G(t) = V_0 \text{sen}(\omega t). \quad (6.21)$$

De acordo com a fórmula de Euler, qualquer número complexo obedece a relação  $e^{j\theta} = \cos \theta + j \text{sen} \theta$ , e a tensão do gerador pode ser escrita como

$$V_G(t) = \text{Im} \left[ \tilde{V}_G(t) \right], \quad (6.22)$$

onde definimos a voltagem complexa  $\tilde{V}_G(t)$  como

$$\tilde{V}_G(t) = V_0 e^{j\omega t}. \quad (6.23)$$

Como vimos na seção 6.2, para este circuito com apenas o gerador e o capacitor a corrente é dada por

$$i(t) = i_0 \text{sen} \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right), \quad (6.24)$$

com  $i_0 = \omega C V_0$ . Da mesma forma que fizemos com a voltagem, podemos representar a

corrente em termos de uma grandeza complexa:

$$i(t) = \text{Im} \left[ \tilde{i}(t) \right], \quad (6.25)$$

onde a corrente complexa  $\tilde{i}(t)$  é dada por

$$\tilde{i}(t) = i_0 e^{j(\omega t + \pi/2)}. \quad (6.26)$$

A grande vantagem do uso do formalismo de números complexos é que, uma vez que as grandezas complexas estejam definidas, basta utilizarmos uma relação análoga à Lei de Ohm para resolvermos o circuito:

$$\tilde{V}(t) = \tilde{Z} \tilde{i}(t). \quad (6.27)$$

Como já temos as expressões para  $\tilde{V}(t)$  e  $\tilde{i}(t)$ , podemos encontrar a impedância complexa para este circuito puramente capacitivo:

$$\tilde{Z}_C = \frac{\tilde{V}_G(t)}{\tilde{i}(t)} = \frac{V_0 e^{j\omega t}}{\omega C V_0 e^{j(\omega t + \pi/2)}} = \frac{1}{\omega C e^{j\pi/2}} = \frac{1}{j\omega C} = -jX_C. \quad (6.28)$$

Fica clara portanto a razão de termos escolhido a componente capacitiva da impedância complexa do circuito RC como sendo  $-X_C$ : o sinal negativo decorre do comportamento do capacitor, que sempre adianta a corrente em relação à tensão da fonte.

A partir das expressões para a amplitude de tensão no circuito RC, podemos expressar a diferença de fase  $\varphi$  e a amplitude de tensão do gerador em termos dessas grandezas. Pela Lei de Ohm, sabemos que a amplitude de tensão no resistor é dada por

$$V_{0R} = R i_0, \quad (6.29)$$

enquanto a amplitude de tensão no capacitor é dada pela equação 6.5:

$$V_{0C} = X_C i_0. \quad (6.30)$$

Portanto as equações 6.14 e 6.15 podem ser re-escritas na forma

$$V_{0R} \cos \varphi + V_{0C} \sin \varphi = V_0, \quad (6.31)$$

e

$$V_{0R} \operatorname{sen} \varphi - V_{0C} \cos \varphi = 0. \quad (6.32)$$

Tomando o quadrado de cada equação e somando membro a membro, obtemos:

$$V_0^2 = V_{0C}^2 + V_{0R}^2. \quad (6.33)$$

E uma simples manipulação algébrica da equação 6.32 nos permite obter uma expressão alternativa para a diferença de fase:

$$\tan \varphi = \frac{V_{0C}}{V_{0R}}. \quad (6.34)$$

## 6.4 Procedimentos experimentais

### 6.4.1 Procedimento I: verificação do análogo da lei de Ohm para capacitores

Queremos verificar a validade da relação  $V_{0C} = X_C i_0$ , verificando o comportamento da reatância capacitiva com a frequência.

1. Meça com o multímetro digital os valores de  $R$  e  $C$  e em seguida monte o circuito da figura 6.4; ligue os equipamentos e ajuste o gerador para alimentar o circuito com uma tensão senoidal de frequência próxima de  $f_1 = 1$  kHz. Com o osciloscópio meça a frequência do sinal com sua respectiva incerteza.
2. Ajuste o gerador para que a amplitude de tensão **sobre o resistor** ( $V_{0R}$ , medida no canal 2 do osciloscópio) seja próxima a 0,3 V. Lembre-se de utilizar no osciloscópio a escala que permita a medida com a maior precisão.
3. Observe que existe uma diferença de fase  $\varphi_1$  entre os dois sinais, o que fica claro pela diferença de tempo entre 2 pontos similares em cada forma de onda (veja a figura 6.5). A diferença de fase pode ser medida a partir da medida dessa diferença temporal  $\Delta t_1$ : escolha 2 pontos similares em cada forma de onda, meça  $\Delta t_1$  e sua incerteza. Como exemplo, na figura 6.5  $\Delta t$  é a diferença de tempo entre 2 pontos onde as formas de onda passam pelo zero. Em seguida calcule a diferença de fase entre a tensão no resistor  $V_R$  e a tensão do gerador  $V_G$  como  $\varphi_1 = 2\pi f_1 \Delta t_1$ ; calcule também sua incerteza. Não se esqueça de utilizar o valor de  $f_1$  medido no item anterior.



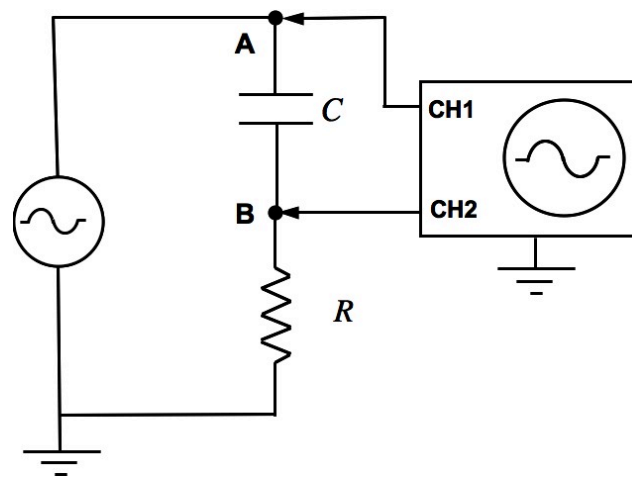


Figura 6.4: Circuito a ser utilizado no procedimento I.

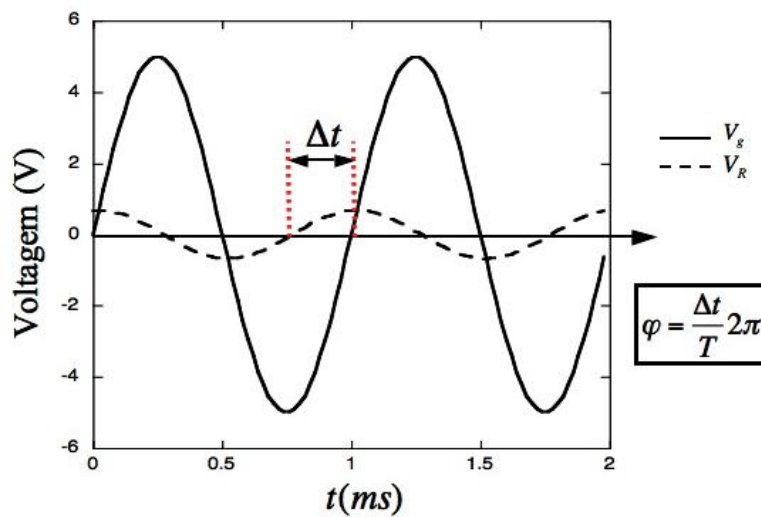


Figura 6.5: Ilustração da medida da diferença de fase no circuito RC. A linha contínua representa a voltagem da fonte  $V_G$  e a linha tracejada representa a voltagem no resistor  $V_R$ . Nessa figura  $V_R$  (que é um sinal proporcional à corrente, pois num resistor tensão e corrente estão em fase) está adiantada em relação a  $V_G$ , como deve sempre ser num circuito RC.

4. A partir do valor obtido para  $\Delta\varphi_1$ , calcule o valor da reatância capacitiva  $X_C$  para a frequência  $f_1$ .
5. Meça agora a amplitude de tensão sobre o resistor  $V_{0R}$  e sua incerteza. Calcule a amplitude de corrente no circuito, utilizando a Lei de Ohm:  $i_0 = V_{0R}/R$  (lembre-se de utilizar o valor de  $R$  medido com o multímetro). Sem alterar o ajuste do gerador, meça a amplitude de tensão do gerador ( $V_{0G}$ , medida no canal 1 do osciloscópio). Com os valores de  $V_{0R}$  e  $V_{0G}$ , calcule o valor da amplitude de tensão no capacitor como:  $V_{0C} = \sqrt{V_{0G}^2 - V_{0R}^2}$ . Anote todos os valores na primeira linha da Tabela 1.
6. Ajuste agora a amplitude do gerador de modo que a amplitude de tensão sobre o resistor seja de 0,4 V e repita as medidas do item anterior. Em seguida repita todo este procedimento para todos os valores de  $V_{0R}$  indicados na Tabela 1.

Tabela 1

Valores sugeridos para $V_{0B}$	$V_{0B} \pm \sigma_{V_{0B}}$	$i_0 \pm \sigma_{i_0}$ (A)	$V_{0G} \pm \sigma_{V_{0G}}$ (V)	$V_{0C}$ (V)	$\sigma_{V_{0C}}$ (V)
0,30					
0,40					
0,50					
0,60					
0,70					
0,80					

7. A partir dos dados da Tabela 1, faça um gráfico de  $V_{0C}$  vs.  $i_0$  e obtenha o valor da reatância capacitiva  $X_C$  para a frequência  $f_1$ . Compare com o valor obtido a partir da diferença de fase e com o valor nominal.

## Parte B: Circuitos RL com corrente alternada

### 6.5 Material

- osciloscópio;
- multímetro digital;
- gerador de sinais;

- resistor de  $100 \Omega$ ;
- indutor de  $23,2 \text{ mH}$ .

## 6.6 Introdução

Para entendermos o papel dos indutores em circuitos RL alimentados com tensões alternadas, seguiremos o mesmo procedimento utilizado no estudo dos circuitos RC, na parte A. Veremos que as soluções formais das equações do circuito RL e RC são as mesmas.

A equação característica de um indutor ideal é:

$$V_L(t) = L \frac{di(t)}{dt}. \quad (6.35)$$

Considere um circuito composto apenas de um gerador de ondas e um indutor. O indutor é um componente linear, o que significa que se aplicarmos uma voltagem senoidal de uma dada frequência a ele, esperamos que a corrente que o atravessa também seja uma função senoidal, oscilando na mesma frequência da voltagem. Isso significa que se a tensão do gerador for descrita como  $V_G = V_0 \text{sen}(\omega t)$ , a corrente, em sua forma mais geral, pode ser expressa como

$$i(t) = i_0 \text{sen}(\omega t + \varphi). \quad (6.36)$$

Note que estamos deixando aberta a possibilidade de haver uma diferença de fase  $\varphi$  entre a corrente e a tensão. Substituiremos então essa expressão para  $i(t)$  na equação 6.35, lembrando que como só temos esses dois elementos no circuito,  $V_L(t) = V_G(t)$ :

$$V_0 \text{sen}(\omega t) = \omega L i_0 \cos(\omega t + \varphi). \quad (6.37)$$

Escrevendo  $\cos(\omega t + \varphi)$  como  $\cos(\omega t)\cos\varphi - \text{sen}(\omega t)\text{sen}\varphi$ , podemos comparar os dois lados da equação termo a termo, e obtemos duas equações:

$$\omega L i_0 \cos\varphi = 0; \quad (6.38)$$

$$V_0 = -(\omega L i_0) \text{sen}\varphi. \quad (6.39)$$

A equação 6.38 mostra que  $\varphi = \pm \pi/2$ , enquanto que a equação 6.39 indica que  $\varphi$  deve ter o valor  $-\pi/2$ , uma vez que  $V_0$ ,  $L$ ,  $i_0$  e  $\omega$  são todas grandezas positivas. Portanto a

corrente num indutor ideal é dada por

$$i(t) = i_0 \operatorname{sen}(\omega t - \pi/2), \quad (6.40)$$

com

$$i_0 = \frac{V_0}{\omega L}. \quad (6.41)$$

Note que a corrente está **atrasada** de  $\pi/2$  radianos em relação à voltagem.

A partir da equação 6.41 obtemos que a relação entre as amplitudes de tensão e corrente pode ser escrita como

$$V_0 = \omega L i_0 = X_L i_0. \quad (6.42)$$

A equação 6.42 é o equivalente da Lei de Ohm para indutores com correntes alternadas. A grandeza chamada de reatância indutiva é definida por

$$X_L \equiv \omega L, \quad (6.43)$$

tem dimensão de resistência e desempenha papel análogo ao da resistência na lei de Ohm, mas com valor diretamente proporcional à frequência angular do sinal.

Vamos agora aplicar o formalismo de números complexos a este mesmo circuito, composto apenas de um indutor ideal e um gerador. Se a tensão do gerador é dada por  $V_G(t) = V_0 \operatorname{sen}(\omega t)$ , podemos definir uma tensão complexa  $\tilde{V}_G(t)$  como

$$\tilde{V}_G(t) \equiv V_0 e^{j\omega t}, \quad (6.44)$$

de maneira que a tensão que tem sentido físico (ou seja, a grandeza que pode ser medida)  $V_G(t)$  pode ser obtida como

$$V_G(t) = \operatorname{Im}[\tilde{V}_G(t)]. \quad (6.45)$$

Para esse circuito vimos que a corrente é dada por

$$i(t) = i_0 \operatorname{sen}(\omega t - \pi/2), \quad (6.46)$$

com  $i_0 = V_0/(\omega L)$ . Como no caso da voltagem, podemos definir uma grandeza complexa associada à corrente. Essa corrente complexa é

$$\tilde{i}(t) \equiv i_0 e^{j(\omega t - \pi/2)}, \quad (6.47)$$

e a corrente que tem sentido físico pode ser obtida como

$$i(t) = \text{Im} \left[ \tilde{i}(t) \right]. \quad (6.48)$$

Assim como vimos no caso dos circuitos capacitivos, este formalismo de números complexos nos permite escrever uma relação análoga à Lei de Ohm, mas para circuitos alimentados com correntes alternadas:

$$\tilde{V}_G(t) = \tilde{Z} \tilde{i}(t), \quad (6.49)$$

onde  $\tilde{Z}$  é a impedância complexa. Como já temos as expressões para  $\tilde{V}(t)$  e  $\tilde{i}(t)$ , podemos encontrar  $\tilde{Z}$  para este circuito puramente indutivo:

$$\tilde{Z}_L = \frac{\tilde{V}_G(t)}{\tilde{i}(t)} = \frac{V_0 e^{j\omega t}}{(V_0/\omega L) e^{j(\omega t - \pi/2)}} = \frac{\omega L}{e^{-j\pi/2}} = \frac{\omega L}{-j} = jX_L. \quad (6.50)$$

Vemos portanto que para um indutor a impedância complexa é um número imaginário puro positivo, resultado do comportamento do indutor, que sempre causa um atraso de fase da corrente em relação à voltagem da fonte.

## 6.7 Circuitos RL

Um circuito RL é uma associação em série de um resistor e um indutor, como mostrado na figura 6.6. Aplicando a lei das malhas a este circuito obtemos:

$$V_G(t) = V_L(t) + V_R(t) \quad (6.51)$$

$$V_0 \text{sen}(\omega t) = L \frac{di(t)}{dt} + Ri(t). \quad (6.52)$$

Como possui apenas componentes lineares, quando este circuito é alimentado por uma tensão  $V_G(t) = V_0 \text{sen}(\omega t)$ , esperamos que a corrente tenha como forma mais geral

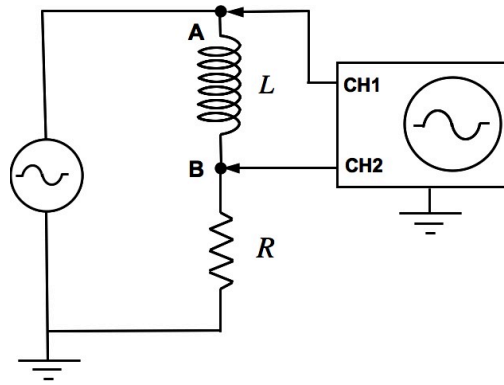


Figura 6.6: Circuito RL.

$$i(t) = i_0 \operatorname{sen}(\omega t + \varphi), \quad (6.53)$$

onde  $\varphi$  representa a diferença de fase entre a corrente e a tensão da fonte. Substituindo a expressão para  $i(t)$  na equação 6.52 encontramos

$$V_0 \operatorname{sen}(\omega t) = \omega L i_0 \cos(\omega t + \varphi) + R i_0 \operatorname{sen}(\omega t + \varphi). \quad (6.54)$$

Mas a equação 6.54 pode ser reescrita após aplicarmos identidades trigonométricas simples, e obtemos

$$\operatorname{sen}(\omega t) \left[ R i_0 \cos \varphi - \omega L i_0 \operatorname{sen} \varphi - V_0 \right] + \cos(\omega t) \left[ \omega L i_0 \cos \varphi + R i_0 \operatorname{sen} \varphi \right] = 0. \quad (6.55)$$

Para que a equação seja satisfeita, é necessário que os coeficientes dos termos em  $\operatorname{sen}(\omega t)$  e  $\cos(\omega t)$  sejam nulos, o que nos leva a duas igualdades:

$$(R i_0) \cos \varphi - (\omega L i_0) \operatorname{sen} \varphi = V_0, \quad (6.56)$$

e

$$(\omega L i_0) \cos \varphi + (R i_0) \operatorname{sen} \varphi = 0. \quad (6.57)$$

Resolvendo a equação 6.57, obtemos que a diferença de fase entre a corrente e a volta-

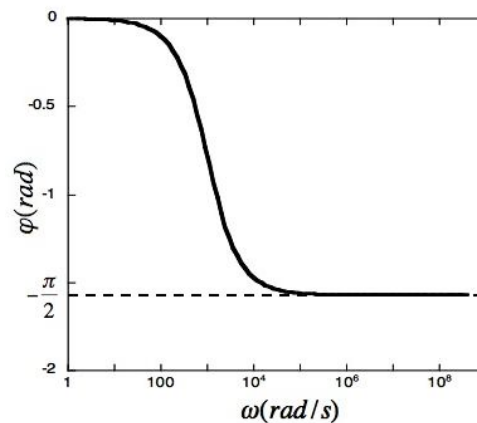


Figura 6.7: Variação da diferença de fase entre corrente e tensão com a frequência angular, para um circuito RL com  $R = 10 \Omega$  e  $L = 10 \text{ mH}$ .

gem é dada por

$$\tan \varphi = -\frac{\omega L}{R} = -\frac{X_L}{R}. \quad (6.58)$$

A figura 6.7 mostra a variação da diferença de fase com a frequência angular para um certo par de valores  $R$  e  $L$ . Pode-se observar que  $\varphi$  pode assumir valores entre  $-\pi/2$  (frequências mais altas) e 0 (frequências mais baixas), mostrando que num circuito RL a corrente sempre está atrasada em relação à tensão da fonte.

Já a equação 6.53 pode ser simplificada escrevendo  $\sin \varphi$  e  $\cos \varphi$  em função de  $\tan \varphi$  utilizando as relações

$$\sin \varphi = \frac{\tan \varphi}{\sqrt{1 + \tan^2 \varphi}}, \quad (6.59)$$

e

$$\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \varphi}}. \quad (6.60)$$

Substituindo essas relações na equação 6.56 e fazendo uso de 6.58, obtemos

$$\frac{V_0}{i_0} = \sqrt{R^2 + X_L^2}. \quad (6.61)$$

Esta razão entre as amplitudes de tensão e de corrente é o que definimos como a im-

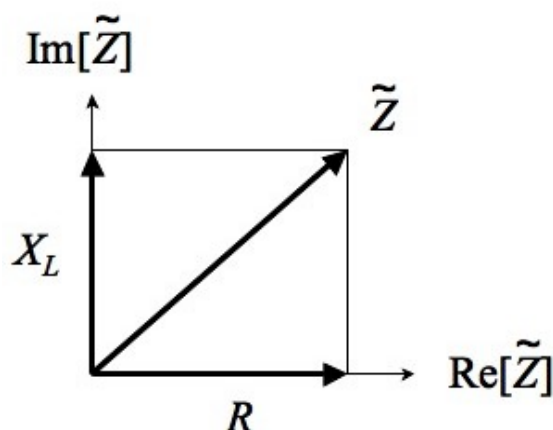


Figura 6.8: Componentes real e imaginária da impedância complexa  $\tilde{Z}$ .

pedância do circuito RL:

$$Z \equiv \frac{V_0}{i_0} = \sqrt{R^2 + X_L^2}. \quad (6.62)$$

Assim como no caso do circuito RC, a impedância do circuito RL tem a dimensão de resistência; e novamente vemos que a impedância desempenha, em circuitos com corrente alternada, um papel análogo ao da resistência em circuitos com corrente contínua. Por último, note que a relação entre  $Z$ ,  $R$  e  $X_L$  é uma equação que tem a mesma forma da relação entre o módulo de um número complexo e suas componentes real e imaginária.

Isso sugere que postulemos a existência de uma impedância **complexa**, com a parte real igual à resistência e a parte imaginária igual à reatância indutiva (veja a figura 6.8):

$$\tilde{Z} = R + jX_L. \quad (6.63)$$

As equações 6.58 e 6.62 nos permitem obter uma relação entre as amplitudes de tensão nos três componentes do circuito (gerador, resistor e indutor)

$$V_0^2 = V_{0R}^2 + V_{0L}^2. \quad (6.64)$$

e uma forma alternativa para calcular a diferença de fase a partir das amplitudes de tensão:

$$\tan \varphi = -\frac{V_{0L}}{V_{0R}}. \quad (6.65)$$



## 6.8 Procedimentos experimentais

### 6.8.1 Procedimento II: medida da diferença de fase e da reatância indutiva de um circuito RL

Vamos caracterizar um circuito RL, verificando a diferença de fase entre a corrente que flui no circuito e a tensão aplicada pelo gerador. Poderemos então calcular a reatância indutiva para a frequência escolhida e comparar com seu valor esperado.

1. Meça com um multímetro o valor de  $R$  e anote o valor nominal de  $L$ . Em seguida monte o circuito da figura 6.6, ligue os equipamentos e ajuste o gerador para que ele alimente o circuito com uma tensão senoidal com frequência próxima a  $f_2 = 500$  Hz e uma amplitude próxima a 4 V. Com o osciloscópio meça a frequência do sinal com sua respectiva incerteza.
2. Observe que existe uma diferença de fase  $\Delta\varphi_2$  entre o sinal do canal 1 (tensão do gerador) e o sinal do canal 2 (tensão sobre o resistor). Utilizando o mesmo método empregado no circuito RC, meça a diferença de fase entre a corrente e a tensão do gerador, com sua incerteza. Não esqueça de utilizar o valor de  $f_2$  medido no item anterior.
3. A partir do valor obtido para  $\Delta\varphi_2$ , calcule o valor da reatância indutiva  $X_L$  para a frequência  $f_2$  e compare com o valor nominal.