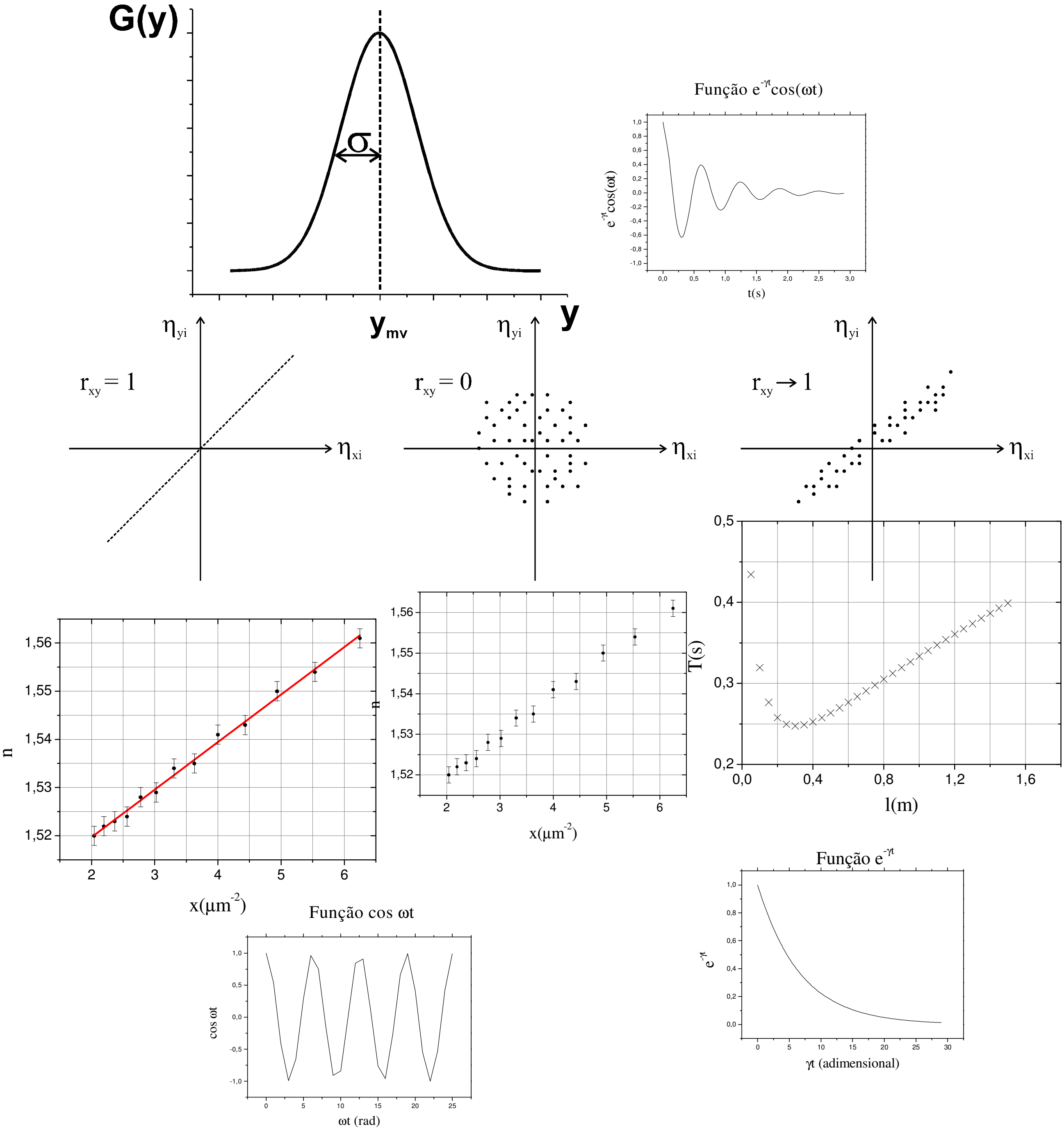
Física Experimental II
FISEXP II
Roteiro de Laboratório



Nathan Bessa Viana – Paulo H. S. Ribeiro – Ruynet Matos Filho – Stephen Patrick Walborn

Experiência 1 - Incertezas e tratamento de dados

1. OBJETIVO

O objetivo desta aula é discutir o procedimento experimental de medida, bem como a apresentação dos resultados, introduzindo o conceito de incerteza. Além disso, desejamos apresentar os vários tipos de incertezas com os quais nos depararemos no decorrer do curso e quais serão os procedimentos adotados para o tratamento dos dados obtidos. A discussão feita no roteiro desta aula está baseada nos textos auxiliares da apostila "Roteiro de Laboratório – Física Experimental I" [1].

2. INTRODUÇÃO

Vocês já se perguntaram o que fazem num curso de Física Experimental como o que estamos iniciando? Afinal de contas o que é "medir"?

O ser humano, ao longo da evolução, desenvolveu a capacidade de criar representações em seu cérebro dos objetos com os quais tem contato. A essa representação do objeto no cérebro chamamos de **conceito**. Por exemplo, não precisamos comer uma maçã para termos idéia do sabor que ela tem. O conceito de maçã já nos fora apresentado muito provavelmente na infância e o guardamos enquanto temos nosso cérebro em boas condições de funcionamento. Podemos conceituar o que quisermos. Conceituar nesse sentido não se resume a criar apenas representações para aquilo que observamos, podemos combinar os conceitos que temos e **imaginar** outros objetos a partir desses, criando assim uma rede extremamente complexa. Um indivíduo numa civilização primitiva, por exemplo, pode possivelmente conceituar o trovão como o grito de um ser superior, que está zangado com algo. Sabemos, no entanto, que essa explicação, embora suficiente para esse indivíduo não nos é satisfatória. E o que temos de diferente dele? Apenas uma rede de conceitos maior, com os quais conseguimos explicar muitos outros objetos, como por exemplo, a eletricidade e o rádio. Vocês imaginam qual seria a explicação dada pelo indivíduo primitivo para o rádio? Ele não conhece esse objeto, e por isso ficaria espantado ao se defrontar com ele pela primeira vez.

Uma vez que conceituamos, precisamos comunicar essa informação para os outros indivíduos que vivem na mesma sociedade. Esta necessidade levou ao desenvolvimento da **linguagem**. A linguagem é também uma representação dos objetos que observamos. Para os objetos das ciências naturais, a civilização humana criou uma linguagem que se mostrou ao longo dos séculos bastante adequada, a Matemática. É possível, por exemplo, sintetizar as explicações para vários fenômenos em uma única lei, como a segunda lei de Newton.

Feito esse preâmbulo, voltemo-nos à questão do procedimento de medir. Foi Galileu o precursor do que hoje é conhecido como método científico para o estudo da natureza. Dentro da concepção atual de ciência, o primeiro problema com o qual nos deparamos quando pretendemos descrever a natureza é a realização de observações experimentais, que chamamos **medidas**, e como os resultados podem ser comunicados de maneira clara, de forma que sejam compreensíveis e reprodutíveis por outros experimentadores.

Com o intuito de padronizar procedimentos e quantificar os objetos estudados surgiram os sistemas internacionais de padrões de medida. Nós usaremos no curso as unidades do Sistema Internacional (SI). Com a padronização assim obtida, conceitos novos puderam ser desenvolvidos e os fenômenos envolvidos puderam ser estudados por observadores em todas as partes do planeta.

Como representar a medida no sistema internacional de padrões escolhido?

Precisamos de dois números para o estabelecimento de um resultado experimental. Um que representa o **valor** da grandeza observada, quando comparada com um padrão do SI e outro que é a **incerteza** na determinação desse valor pelo procedimento experimental adotado.

Ex: Medida do período do pêndulo simples: $(1,721 \pm 0,071s)$. Essa representação quer dizer que temos uma confiança de que a repetição da experiência fornecerá resultados entre 1,650s e 1,792s, com grande probabilidade.

Tipos de incertezas

Em nosso curso trabalharemos com três conceitos de incerteza diferentes:

1 - Incerteza do instrumento: a incerteza do instrumento corresponde à precisão com a qual a grandeza observada pode ser comparada com um padrão no SI, ela depende do instrumento. Usaremos a seguinte regra: se o instrumento utilizado na medição possuir uma escala, uma régua, por exemplo, a incerteza dele é o valor da **menor divisão de sua escala dividido por 2**. Se o instrumento for digital, um cronômetro por exemplo, a incerteza é o **menor valor** que pode ser lido no mostrador do instrumento.

2 - Incerteza aleatória: chamamos de grandeza experimental toda grandeza cujo valor é obtido por medidas. Não conhecemos exatamente seu valor – o *valor verdadeiro*, tudo que podemos fazer é estimá-lo. Se repetirmos um número enorme de vezes as medidas esperamos que nossos resultados coincidam com o valor verdadeiro da grandeza observada. Acontece que a repetição de uma experiência em condições idênticas não fornece resultados idênticos. Chamamos essas diferenças de flutuações estatísticas nos resultados. Essas flutuações constituem a essência da incerteza aleatória e apresentaremos na próxima seção um modo de quantificá-la.

3 - Incerteza sistemática: as incertezas sistemáticas aparecem quando usamos aparelhos de medida com calibração ruim, como por exemplo, uma balança que indica um valor de massa diferente de zero quando não há nenhum objeto sobre seu prato de medida, ou por um procedimento experimental realizado sem a devida atenção, como por exemplo, a medida do comprimento de uma mesa usando uma régua começando da marcação de 1cm. Esses erros são erros grosseiros e devemos estar atentos quanto à calibração dos instrumentos de medida e aos procedimentos experimentais utilizados, de modo a evitá-los.

Precisão e acurácia

Os conceitos de precisão e acurácia estão associados às idéias de incertezas sistemáticas e incertezas aleatórias. Um exemplo dado por um (antigo) professor do IF pode nos ajudar a compreender a diferença entre os dois termos.

Um jogador de futebol está treinando cobranças de pênalti. Ele chuta a bola 20 vezes, e 20 vezes acerta a trave do lado direito do goleiro. Ele é extremamente preciso – seus resultados não apresentam nenhuma variação em torno do valor que se repete 20 vezes. Em compensação, sua acurácia é nula – ele não consegue nenhuma vez acertar o "valor verdadeiro", o gol.

Ou seja, um experimentador é muito preciso quando ele consegue resultados cuja flutuação em torno do valor médio é pequena. Um experimentador é muito acurado quando a discrepância do valor previsto pelo modelo em relação ao valor verdadeiro é pequena.

Assim, para ter boa precisão, basta que as incertezas estatísticas sejam pequenas, de forma que o resultado seja bastante reprodutível quando a medida é repetida. Mas para ter boa acurácia, é necessário que a precisão seja boa, que os erros sistemáticos e estatísticos sejam pequenos e que o modelo utilizado para explicar os resultados experimentais seja adequado.

Tratamento de dados

Para avaliarmos o valor do erro estatístico em nossos resultados experimentais adotaremos o seguinte procedimento: vamos repetir a medida várias vezes, os valores encontrados, por exemplo, na medida do período de oscilação do pêndulo simples, estarão distribuídos aleatoriamente em torno do valor médio. Para um número grande de medidas definiremos o valor verdadeiro como sendo o valor médio dos resultados obtidos. Em geral, a distribuição estatística dos resultados pode ser representada por uma função Gaussiana, como mostrado na FIG.1.

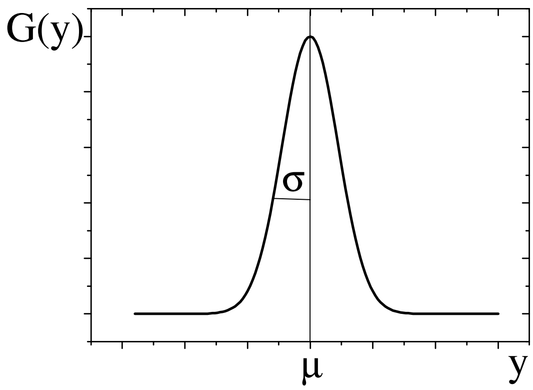


FIG. 1 – Distribuição estatística dos valores medidos.

De acordo com a FIG.1 definimos:

y **-** Valores medidos da grandeza observada.

$G(y)$ **-** Função de distribuição dos valores observados. Corresponde à densidade de probabilidade de observação de uma medida com valor y.

σ^2 **-** Variância da distribuição dos valores observados.

σ **-** Desvio padrão da distribuição de valores observados.

A função de distribuição pode ser escrita como [2]:

$$G(y) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left[(y-\mu)/\sigma\right]^2\right\}. \tag{1}$$

De acordo com a Eq.(1) definimos o valor médio de y por:

$$\mu = \int_{-\infty}^{+\infty} yG(y)dy, \tag{2}$$

e a variância por:

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (y-\mu)^2 G(y)dy. \tag{3}$$

Assim se consideramos um número grande de medidas, denominamos μ o *valor verdadeiro* da medida e σ a incerteza estatística na determinação experimental do valor verdadeiro.

Propagação de incertezas

Consideremos que são feitas medidas das grandezas x, y e z com respectivas incertezas σ_x, σ_y e σ_z. Temos agora uma outra grandeza W que é função de x, y e z. Como avaliamos a incerteza σ_W, na medida de W? Utilizaremos em nosso curso a propagação quadrática de incertezas [2]:

$$\sigma_W^2 = \left(\frac{\partial W}{\partial x}\right)^2 \sigma_x^2 + \left(\frac{\partial W}{\partial y}\right)^2 \sigma_y^2 + \left(\frac{\partial W}{\partial z}\right)^2 \sigma_z^2 + 2\left(\frac{\partial W}{\partial x}\frac{\partial W}{\partial y}\right)\sigma_{xy}^2 + 2\left(\frac{\partial W}{\partial y}\frac{\partial W}{\partial z}\right)\sigma_{yz}^2 + 2\left(\frac{\partial W}{\partial x}\frac{\partial W}{\partial z}\right)\sigma_{xz}^2, \quad (4)$$

onde $\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}$ *e* $\frac{\partial}{\partial z}$ representam as derivadas parciais de W em relação a x, y e z, respectivamente. $\sigma_W^2, \sigma_x^2, \sigma_y^2, \sigma_z^2$ são as variâncias de cada variável e $\sigma_{xy}^2, \sigma_{yz}^2, \sigma_{xz}^2$ são as chamadas co-variâncias das variáveis xy, yz e xz. A derivada parcial em relação a uma variável é feita tratando as outras como se fossem constantes. A covariância σ_{xy}^2 entre as variáveis x e y por exemplo, pode ser escrita como $\sigma_{xy}^2 = \langle xy\rangle - \langle x\rangle\langle y\rangle$, onde $\langle xy\rangle$ é a média dos produtos entre x e y e $\langle x\rangle\langle y\rangle$ é o produto das médias.

Na tabela TAB.1 apresentamos um quadro com algumas funções e a relação de suas incertezas. As variáveis x, y e z**,** nesse quadro, foram consideradas descorrelacionadas, isso quer dizer que têm co-variância nula.

Função	Incerteza
$W(x,y) = x + y$	$\sigma_W^2 = \sigma_x^2 + \sigma_y^2$
$W(x,y) = x - y$	$\sigma_W^2 = \sigma_x^2 + \sigma_y^2$
$W(x,y) = ax + by$, (a, b constantes)	$\sigma_W^2 = (a\sigma_x)^2 + (b\sigma_y)^2$
$W(x,y) = xy$	$\left(\frac{\sigma_W}{W}\right)^2 = \left(\frac{\sigma_x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_y}{y}\right)^2$
$W(x,y) = \frac{x}{y}$	$\left(\frac{\sigma_W}{W}\right)^2 = \left(\frac{\sigma_x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_y}{y}\right)^2$
$W(x) = x^2$	$\sigma_W^2 = (2x\sigma_x)^2$

TAB.1: Propagação de incertezas.

Algarismos significativos e arredondamentos

Uma pergunta muito freqüente no laboratório é: com quantos algarismos significativos devemos apresentar um resultado experimental? Por exemplo, suponhamos que em nossa medida do período τ do pêndulo tenhamos encontrado $\tau = 1,72054s$ e incerteza $\sigma_\tau = 0,07106s$. O valor de incerteza σ_τ nos diz que o resultado está incerto na segunda casa decimal e portanto nenhum dos algarismos a seguir tem sentido. Logo o resultado deve ser arredondado para ser coerente com a incerteza apresentada. Assim, usaremos **para a apresentação das incertezas** o critério de **dois algarismos significativos**. Esse critério é usado para evitarmos que arredondamentos em operações aritméticas intermediárias interfiram no resultado final. Para a apresentação dos **valores verdadeiros** o **último algarismo significativo** deve corresponder à mesma posição decimal do último algarismo significativo da incerteza. Em resumo**: usaremos incertezas com dois algarismos significativos e valores verdadeiros com o mesmo número de casas decimais de suas respectivas incertezas.** Tanto incertezas quanto valores verdadeiros devem ser arredondados até que a condição acima seja satisfeita. Os arredondamentos que faremos deverão seguir às seguintes regras:

1 - Se o algarismo à direita for **maior ou igual** a **5**, some 1 ao algarismo da esquerda (arredondamento para cima).

2 - Se o algarismo da direita for **menor que 5,** despreze-o e mantenha o algarismo da esquerda inalterado (arredondamento para baixo).

Desse modo, o resultado experimental do exemplo do pêndulo simples deve ser apresentado como $\tau = (1,721 \pm 0,071)s$.

3. PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

1 - Percorra o laboratório de FIS EXP II e observe os instrumentos de medida que serão utilizados no curso e que estão na sala. Determine as incertezas de todos os instrumentos encontrados. Os instrumentos são: régua, cronômetro digital, balança de pratos, balança digital, proveta, termômetro de Hg e termômetro digital.

2 - Próximo ao quadro branco do laboratório há um pêndulo simples. Meça o comprimento L de sua haste, e usando o cronômetro meça 20 vezes o intervalo de tempo correspondente a 5 períodos de oscilação do pêndulo. Apresente os resultados com as devidas incertezas.

5. REFERÊNCIAS

[1] Roteiro de FIS EXP I – Prof. Ricardo Barthem.
[2] Fundamentos da Teoria de Erros – José Henrique Vuolo – Editora Edgar Blücher Ltda. – 1992